CHAPTER 8

Summary

Chapter 1 outlined the existing theoretical background on the foundations of math achievement and unresolved questions that the individual studies included in this dissertation aimed to address. It presented the main concepts, definitions and theoretical assumptions entailed within the framework of children's nonsymbolic, symbolic numerosity processing skills and their working memory capacities.

Chapter 2 generated novel methodological as well as cognitive and applied educational psychology implications. Firstly, it uncovered important insights into the underlying mechanisms in 5 year-olds' nonsymbolic approximate addition. Secondly, it demonstrated that dual-task studies with active working memory (WM) interference are feasible even with children as young as pre-school. We showed that nonsymbolic approximate arithmetic necessitates WM capacity. Specifically, as expected it necessitated the central executive (CE) component of WM. Five year olds' performance in nonsymbolic approximate addition consistently broke down when the CE component of their WM was interfered with. We had also assumed that the visual or spatial subcomponents of WM would play an active role. That is because previous research has suggested that at this age children may use a mental model for representing nonsymbolic quantities in their WM in a one-by-one manner (Rasmussen & Bisanz, 2005). However, neither visual nor spatial interference interrupted the children's performance in the dot-task. Rasmussen and Bisanz's (2005) nonsymbolic task had small numerosities (1-9) and asked for an exact response. In contrast, our study's nonsymbolic task entailed large numerosities (6 to 70) and asked for an approximate response. Our findings suggest that large nonsymbolic numerosities at this age are mentally represented and processed as condensed whole arrays, perhaps in a pattern recognition manner. We also found a small phonological loop interference effect, which suggested that attention in the form of action control, i.e., sustaining attention, might play an active role too in nonsymbolic approximate arithmetic.

Chapter 3 examined how kindergarteners solve different single-digit addition problem formats, i.e. with numerosities ranging from 1 to 9. We administered problems that differed solely on the basis of two dimensions: response type (approximate or exact), and stimulus type (nonsymbolic, i.e. dots, or symbolic, i.e. Arabic numbers). We found that: a) nonsymbolic tasks are easier than symbolic ones for 5 year-olds, no matter the response-type of the problem format, namely if they are asked to give an exact response (e.g., "a + b = c") or an approximate response (e.g., "a + b" vs "c", "which is more?"); b) different cognitive mechanisms underlie performance in the different problem-formats.

As expected, the visuospatial sketchpad was the primary predictor of nonsymbolic addition. This verified the assumption that kindergarteners use their readily accessible mental model to represent relatively small nonsymbolic quantities (Rasmussen & Bisanz, 2005). Symbolic problem-formats, however, were harder because: 1) they either required the storage and manipulation of quantitative symbols phonologically, which are not readily accessible for novice learners or 2) taxed more WM resources compared to their nonsymbolic counterparts. In symbolic addition, WM and mental number line results showed that when an approximate response was needed, children transcoded the information to the nonsymbolic code. On the other hand, when an exact response was needed, they seemed to phonologically store numerical information in the symbolic code. Lastly, we found that more accurate symbolic mental number line representations were related to better performance in exact addition problem formats, not the approximate ones.

Chapter 4 explored key questions regarding the factorial structure of approximation skills and their interrelation with WM and mathematics achievement at the kindergarten age, i.e. before the start of formal schooling. We assessed the approximation skills (addition and comparison), WM capacity and mathematics achievement of a large sample (N = 444) of kindergarteners. This study's design allowed us to use structural equation modelling (SEM) techniques in order to identify these skills' interrelationships and their unique predictive roles. The best fitting measurement model verified that nonsymbolic and symbolic approximation comprise two related but notably distinct abilities; both correlated with kindergarten math achievement beyond WM capacity. Once structural paths were entered into the model, the unique predictive role that each skill plays was demonstrated. WM capacity played an overarching role; it predicted performance in both nonsymbolic and symbolic approximation as well as math achievement. Nonsymbolic approximation had an indirect effect on math achievement; its role was completely mediated by symbolic approximation. On the other hand, symbolic approximation uniquely predicted math achievement above and beyond WM capacity and nonsymbolic approximation. Our final model explained a very high percentage (87.2 %) of kindergarteners' individual differences in learning counting and exact addition. This study's findings bring forth an integrative view on how nonsymbolic, symbolic approximation and WM set the foundations that foster math achievement before the start of formal schooling.

Chapter 5 introduced novel insights into the developmental onset and trajectory of symbolic arithmetic. With this study, we addressed the surprising lack of a ratio effect in the kindergarteners' symbolic approximate addition in Chapter 4. It seemed as if this task was too difficult for our 5 year-olds. Gilmore, McCarthy, & Spelke (2007), however, had previously demonstrated that symbolic approximate arithmetic onsets at the age of 5, before the start of formal schooling. Gilmore et al.'s (2007) results suggested that kindergarteners are able to conduct symbolic approximate arithmetic, which entailed even large numbers, because symbolic representations map onto pre-existing nonsymbolic representations. The difference between the two studies could have been due to task characteristics, e.g., perhaps our task did not tap the desired ability. If this were the case than the ratio effect would not be evident in grade 1 either. In Experiment 1, however, we found that the expected ratio effect in our sample's symbolic approximate addition was significant in grade 1. Thus, in our sample symbolic approximate addition appeared to onset in grade 1, not earlier. We also evidenced that nonsymbolic and symbolic approximate arithmetic demonstrated different developmental trajectories. This is a novel finding, which indicates that symbolic arithmetic representations do not necessarily map only onto their nonsymbolic representations.

Still the difference between our findings and Gilmore et al. (2007) could be due to task differences. More importantly, however, a key difference between the two studies was the fact that we assessed Dutch-speaking children, whereas Gilmore et al. (2007) assessed English-speaking children. In Dutch, naming two-digit numbers – which exist throughout the trials of our symbolic approximate task, especially in the easy ratio – is cognitively more demanding. They entail the "inversion property", where the written and the spoken format of the number are not consistent. Thus, in Dutch the number 48 is named eight and forty (achtenveertig), whereas in English, it would simply be "forty-eight". To test our assumptions, in Experiment 2, we administered our tasks to an English-speaking sample. Since formal education starts earlier in the UK than in the NL, we assessed a younger sample in the UK. The NL and UK samples did not differ in their exact addition and counting skills or their SES background. As expected, we found that the UK sample performed significantly better than the NL sample in symbolic approximate addition, not nonsymbolic. This difference was localized on the trials of the easy ratio, which all included a two-digit number that could be inversed in Dutch. Furthermore, we found that contrary to the UK sample, the NL sample demonstrated a WM overload in symbolic approximate arithmetic. Also, even though nonsymbolic and symbolic approximation correlated, only symbolic arithmetic correlated with the ability to name two-digit numbers, not nonsymbolic. Lastly, we found that English-speaking pre-schoolers can name better and faster two-digits numbers than their Dutch-speaking peers.

Accumulatively, these results highlight the negative effect the "language of numbers" can have on the developmental onset of a core system of numerical cognition, i.e., that of symbolic approximate arithmetic. Our results suggest that symbolic approximate arithmetic *does* need instruction; it needs instruction for numbers.

Chapter 6 addressed the contradictions brought forth within the nonsymbolic and symbolic numerosity processing literature and proposed a unitary view, clarifying these skills' developmental pathways and their unique predictive roles from kindergarten up to grade 2. We assessed a large sample in two well-known nonsymbolic and symbolic comparison task-formats: in the one task-format small numerosities (1 to 9) are presented simultaneously on the screen, in the other, large numerosities (6 to 70) are presented sequentially. We found that these task-formats demonstrated different developmental trajectories. This finding constitutes a warning against their interchangeable use within the literature. Also, in both task-formats, nonsymbolic and symbolic numerosity processing demonstrated different developmental trajectories. Consistent with our findings in nonsymbolic and symbolic approximate *arithmetic* (Chapter 5), we saw that children's symbolic *magnitude processing* does not necessarily map only onto their readily accessible nonsymbolic representations. But how does development in the different nonsymbolic and symbolic comparisons skills relate to children's future math achievement? Latent growth modelling revealed that kindergarten performance in all four tasks (nonsymbolic and symbolic, simultaneous-small and sequential-large) correlated with later math achievement. However, only developmental growth in the symbolic sequential-large task correlated with later math achievement. Regression analyses, where the children's WM capacity in the given year and their initial IQ were controlled for, showed that both nonsymbolic and symbolic numerosity processing played a unique predictive role in kindergarten and grade 1. However, in grade 2 symbolic processing completely took over. In general, symbolic magnitude processing was a stronger predictor of later math achievement across all grades. Also, the sequential-large task appeared to be a better predictor than the simultaneous-small task-format, especially after grade 1.

Chapter 7 entailed a general discussion on our findings, connected them to previous and recent research and gave an overview of this dissertation's main messages. Primarily, this chapter outlined the integrative relations of WM, nonsymbolic and symbolic numerosity processing and the role each predictor plays in setting the foundations for children's math achievement. Also, in this chapter, the educational implications of our research are presented as well as suggestions for future research.

SAMENVATTING IN HET NEDERLANDS

Het leggen van de fundamenten voor rekenprestaties: werkgeheugen, nonsymbolische en symbolische verwerking van hoeveelheden

Hoofdstuk 1 schetste de bestaande theoretische achtergrond van de fundamenten van reken- en wiskundeprestaties en onopgeloste vraagstukken die de individuele studies in deze dissertatie trachtten aan te pakken. Het bevatte de belangrijkste concepten, definities en theoretische aannamen in het raamwerk van vaardigheden van kinderen voor het verwerken van nonsymbolische en symbolische aantallen en hun werkgeheugencapaciteit.

Hoofdstuk 2 genereerde zowel nieuwe methodologische als cognitief-psychologische en onderwijspsychologische implicaties. In de eerste plaats legde het belangrijke inzichten bloot in de onderliggende mechanismen van benaderend rekenen in vijfjarigen. In de tweede plaats demonstreerde het dat dubbele-taakstudies met actieve storing van het werkgeheugen (WG) haalbaar zijn, zelfs met kinderen zo jong als kleuters. We toonden aan dat WG capaciteit noodzakelijk is voor nonsymbolisch benaderend rekenen. Meer specifiek, de centrale executieve (CE) component van het WG was hiervoor noodzakelijk. De prestaties in nonsymbolische benaderend optellen stortten op een consistent wijze in wanneer de CE-component van hun WG werd gestoord. We namen ook aan dat visuele of spatiële deelcomponenten van het WG een actieve rol zouden spelen. Dat deden we omdat eerder onderzoek suggereerde dat kinderen op deze leeftijd een mentaal model gebruiken voor het een-voor-een representeren van nonsymbolische hoeveelheden in hun werkgeheugen (Rasmussen & Bisanz, 2005). De nonsymbolische taak van Rasmussen en Bisanz (2005) bevatte kleine aantallen (1-9) en vroeg om een exact antwoord. In tegenstelling daarmee bevatte de nonsymbolische taak in onze studie grote aantallen (6 tot 70) en vroeg om een antwoord bij benadering. Onze bevindingen suggereren dat grote nonsymbolische aantallen op deze leeftijd mentaal worden gerepresenteerd als gecomprimeerde gehelen, mogelijk via patroonherkenning. We vonden ook een klein effect van storing van de fonologische lus, hetgeen suggereerde dat aandacht in de vorm van aansturing van handelingen, dat wil zeggen aanhoudende aandacht, ook een actieve rol in nonsymbolisch benaderend rekenen kan spelen.

Hoofdstuk 3 onderzocht hoe kleuters verschillende vormen van eencijferige optelopgaven oplossen, dat wil zeggen met aantallen variërend van 1 tot 9. We boden opgaven aan die uitsluitend verschilden op basis van twee dimensies: respons type (benaderend of exact) en stimulus type (nonsymbolisch, dat wil zeggen stippen, of symbolisch, dat wil zeggen Arabische cijfers). We vonden dat: a) nonsymbolische taken gemakkelijker zijn voor vijfjarigen dan symbolische, om het even of hen om een exacte response (bijvoorbeeld "a + b = c") of een benaderende response (bijvoorbeeld "a + b" versus "c", "wat is meer?") wordt gevraagd; b) verschillende cognitieve mechanismen ten grondslag liggen aan de prestaties in de verschillende opgavevormen.

Zoals verwacht was het visuospatiële kladblok de voornaamste voorspeller van nonsymbolisch optellen. Dit bevestigt de aanname dat kleuters hun gemakkelijk toegankelijke mentale model gebruiken om relatief kleine nonsymbolische aantallen te representeren (Rasmussen & Bisanz, 2005). Symbolische opgavevormen waren echter moeilijker omdat zij 1) ofwel de fonologische opslag en manipulatie van kwantitatieve symbolen vereisten of 2) in vergelijking tot hun nonsymbolische tegenhanger meer beslag leggen op hulpmiddelen van het WG. Bij symbolisch optellen wezen de resultaten uit dat, wanneer een benaderende respons nodig was, de kinderen de informatie in een nonsymbolische code omzetten. Anderzijds, wanneer een exacte respons nodig was, leken zij de numerieke informatie in een symbolische code fonologische op te slaan. Tenslotte vonden we dat accuratere representaties op de symbolische getallenlijn gerelateerd waren aan betere prestaties in de vormen van exacte en niet benaderende optelopgaven.

Hoofdstuk 4 exploreerde kernvragen met betrekking tot de factoriële structuur van benaderingsvaardigheden en hun verbanden met WG en rekenprestaties in de kleuterleeftijd, c.q. voorafgaand aan de aanvang van formeel onderwijs. We bepaalden de benaderingsvaardigheden (optellen en vergelijken), WG capaciteit en rekenprestaties in een grote steekproef van kleuters ($N = 444$). Het design van de studie stelde ons in staat technieken voor *structural equation modelling* (SEM) te gebruiken om de onderlinge relaties van deze vaardigheden en hun unieke voorspellende rol vast te stellen. Het best passende model van de metingen bevestigde dat nonsymbolische en symbolische benaderingen bestaan uit twee gerelateerde maar met name verschillende bekwaamheden; beide correleerden met rekenprestaties van de kleuters boven WG capaciteit. Toen eenmaal de structurele paden in het model waren ingevoerd, werd de unieke voorspellende rol, die iedere vaardigheid speelt, aangetoond. WG capaciteit speelde een overkoepelende rol; deze voorspelde zowel de prestaties in nonsymbolisch en symbolisch benaderen als de rekenprestaties. Nonsymbolische benaderen had een indirect effect op de rekenprestaties; die rol werd volledig gemedieerd door symbolische benaderen. Anderzijds voorspelde symbolisch benaderen de rekenprestaties bovenop WG capaciteit en nonsymbolische benaderen. Ons definitieve model verklaarde een zeer hoog percentage (87,9%) van de individuele verschillen tussen kleuters in het leren tellen en exact optellen. Deze resultaten van deze studie brengen een integratief inzicht naar voren over hoe nonsymbolische, symbolische benadering en

WG de fundamenten leggen die rekenprestaties voor het begin van het formele onderwijs bevorderen.

Hoofdstuk 5 introduceerde nieuwe inzichten in de start van de ontwikkeling en het traject van het symbolisch benaderen. Met deze studie richtten we ons op de verrassende afwezigheid van een ratio effect in het symbolische benaderend optellen van kleuters in Hoofdstuk 4. Het scheen dat deze taak te moeilijk was voor onze vijfjarigen. Gilmore, McCarthy en Spelke (2007) hadden echter eerder gedemonstreerd dat symbolisch benaderend rekenen begint op vijfjarige leeftijd, voorafgaand aan de start van het formele onderwijs. Gilmore et al. (2007) resultaten suggereren dat kleuters symbolisch benaderend kunnen rekenen, zelfs met grote getallen, omdat symbolische representaties gekoppeld worden aan eerder bestaande nonsymbolische representaties. Het verschil tussen de twee studies kan een gevolg zijn geweest van taakkenmerken, onze taak boorde bijvoorbeeld misschien niet de gewenste bekwaamheid aan. Als dit het geval was geweest dan zou het ratio-effect ook niet in groep 3 evident zijn geweest. In Experiment 1 vonden we echter dat het verwachte ratio-effect significant was in het symbolische benaderend optellen in onze steekproef bij groep 3. Dus bleek in onze steekproef symbolisch benaderend rekenen te beginnen in groep 3 en niet eerder. Wij zagen tevens dat nonsymbolisch en symbolisch benaderend rekenen verschillende ontwikkelingstrajecten vertoonden. Dit is een nieuwe bevinding die aangeeft dat symbolische rekenkundige representaties niet noodzakelijk alleen gekoppeld worden aan hun nonsymbolische representaties.

Toch kon het verschil tussen onze bevindingen en die van Gilmore et al. (2007) het gevolg zijn van taakverschillen. Belangrijker was echter dat een cruciaal verschil tussen de twee studies bestond uit het feit dat wij Nederlands sprekende, terwijl Gilmore et al. (2007) Engels sprekende kinderen testten. In het Nederlands is het benoemen van tweecijferige getallen – die overal aanwezig waren in de trials van onze symbolische benaderend taak, speciaal in de gemakkelijke ratio – cognitief veeleisender. Zij bevatten de "inversie eigenschap", waarin de geschreven en gesproken vorm van het getal niet consistent zijn. Dus wordt in het Nederlands het getal 48 "achtenveertig" genoemd, terwijl het in het Engels eenvoudig veertig-acht (forty-eight) is. Om onze assumpties te toetsen, gaven we in Experiment 2 onze taken aan een Engels sprekende steekproef. Omdat het formele onderwijs in het Verenigd Koninkrijk (VK) eerder start dan in Nederland (NL), testten we een jongere steekproef in het VK. De NL en VK steekproeven verschilden niet in hun exacte optel- en telvaardigheden of in hun SES achtergrond. Zoals verwacht, vonden we dat de VK steekproef significant beter dan de NL steekproef presteerde in symbolisch, maar niet nonsymbolisch, benaderend optellen. Dit verschil was gelokaliseerd bij de trials met de gemakkelijke ratio, die alle een tweecijferig getal bevatten dat in het Nederlands geïnverteerd kon worden. Verder vonden we dat de NL steekproef in tegenstelling tot de VK steekproef, een overbelasting van het WG bij symbolisch benaderend reken vertoonde. Ook bleek, dat ondanks het feit dat nonsymbolische en symbolisch benaderen gecorreleerd waren, alleen het symbolisch en niet het nonsymbolisch rekenen gecorreleerd was met de vaardigheid tweecijferige getallen te benoemen. Tenslotte vonden we dat Engels sprekende kleuters tweecijferige getallen beter en sneller kunnen benoemen dan Nederlands sprekende leerlingen. Alles bij elkaar genomen laten deze resultaten het negatieve effect naar voren komen dat de "taal van getallen" kan hebben op het begin van de ontwikkeling van een kernsysteem van de numerieke cognitie, dat wil zeggen het symbolisch benaderend rekenen. Onze resultaten suggereren dat symbolisch benaderend rekenen inderdaad onderwijs behoeft; onderwijs in getallen is nodig.

Hoofdstuk 6 richtte zich op de tegenstrijdigheden, die binnen de literatuur over nonsymbolische en symbolische verwerking van numerieke gegevens zijn voortgekomen, om daarmee de ontwikkelingspaden en hun unieke voorspellende rollen van deze vaardigheden van kleutergroep naar groep 4 te verhelderen. We testten een grote steekproef op twee bekende nonsymbolische en symbolische vormen van vergelijkingstaken: in de ene taakvorm worden kleine aantallen (1 tot 9) simultaan op het scherm gepresenteerd, in de andere worden grote aantallen (6 tot 70) sequentieel gepresenteerd. Wij vonden dat deze taakvormen verschillende ontwikkelingstrajecten vertoonden. Deze bevinding vormt een waarschuwing tegen het uitwisselbare gebruik van deze taakvormen in de literatuur. Binnen de beide taakvormen vertoonde ook de nonsymbolische en symbolische verwerking van numerieke gegevens verschillende trajecten. Consistent met onze bevindingen in nonsymbolisch en symbolische *rekenen* (Hoofdstuk 5), zagen we dat het verwerken van symbolische *grootte (magnitude)* door de kinderen niet noodzakelijk gekoppeld is aan hun gemakkelijk toegankelijke nonsymbolische representaties. Maar hoe verhoudt de ontwikkeling in de verschillende nonsymbolische en symbolische vergelijkingsvaardigheden zich tot de latere rekenprestaties van de kinderen? *Latent growth modelling* bracht aan het licht dat de prestaties van de kleuters op alle vier de taken (nonsymbolische en symbolisch, simultaan-klein en sequentieel-groot) correleerde met latere rekenprestaties. Echter alleen de ontwikkeling in de symbolische sequentieel-groottaken correleerde met latere rekenprestaties. Regressieanalyses, waarin gecontroleerd was voor de WG capaciteit van de kinderen in het betreffende jaar en hun aanvankelijke

IQ, lieten zien dat zowel nonsymbolische als symbolische verwerking van numerieke informatie een unieke voorspellende rol speelden bij de kleuters en in groep 3. In groep 4 nam de symbolische verwerking het echter geheel over. In het algemeen was symbolische verwerking een betere voorspeller van latere rekenprestaties door alle groepen heen. Ook bleek dat de sequentieel-groottaak een betere voorspeller te zijn dan de simultaan-kleintaakvorm, in het bijzonder na groep 3.

Hoofdstuk 7 bevatte een algemene discussie van onze bevindingen, legde het verband hiervan met voorafgaand en recent onderzoek en gaf een overzicht van de belangrijkste boodschappen van deze dissertatie. Dit hoofdstuk schetste voornamelijk de integratieve relaties van WG, nonsymbolische en symbolische aantalverwerking en de rol die iedere voorspeller speelt in het leggen van de fundamenten voor de rekenprestaties van kinderen. Ook zijn in dit hoofdstuk de implicaties van ons onderzoek voor onderwijs gepresenteerd evenals suggesties voor verder onderzoek.